

## 7. Exercices d'entraînement et de préparation au DS

**Méthode** Ces exercices doivent être faits au fur et à mesure de l'avancement du chapitre (le "moment idéal" pour les faire est indiqué dans la page d'exercices "faits en classe").

Ils seront faits dans un cahier séparé, appelé "Cahier de préparation", qui sera vérifié à chaque DS.

Les corrigés de ces exercices sont disponibles en ligne sur le site <http://maths.langella.free.fr/>, rubrique Espace lycéen / Seconde / Exercices.

Si en les faisant, vous vous rendez compte que vous n'avez pas bien compris quelque chose, il faut me poser des questions à ce sujet, soit en classe, soit par mail : [maths.langella@gmail.com](mailto:maths.langella@gmail.com).

**Exercice 1.A** Écrire la liste des diviseurs positifs du nombre 48.

**Exercice 1.B** Tom affirme : "Le nombre 18 a plus de diviseurs que le nombre 12". Qu'en pensez-vous ?

**Exercice 1.C** Décomposer 539 en produit de facteurs premiers.

**Exercice 1.D** Dans chaque cas, décomposez le nombre en produit de facteurs premiers.

1.  $A = 27 \times 24$

2.  $B = 28^2$

**Exercice 1.E** Deux carrés ont des côtés de longueurs  $a$  et  $b$  entières, en cm, et leurs aires diffèrent de  $35\text{cm}^2$ .

Déterminer toutes les valeurs possibles des longueurs des côtés.

**Exercice 1.F** (Par disjonction des cas).

Soit  $n \in \mathbb{Z}$ . On considère le nombre  $A$  tel que  $A = 2n^2 + 3n - 1$ .

Quelle est la parité du nombre  $A$  lorsque :

1.  $n$  est pair ?

2.  $n$  est impair ?

**Exercice 1.G** (Par disjonction des cas).

Soit  $n \in \mathbb{Z}$ . On considère le nombre  $B$  tel que  $B = n(2n - 3)$ .

Étudier la parité du nombre  $B$  en fonction de celle de  $n$ .

**Exercice 1.H** (Par disjonction des cas).

Soit  $n \in \mathbb{Z}$ . On considère le nombre  $C$  tel que  $C = p^2 - 1$ .

Étudier la parité du nombre  $C$  en fonction de celle de  $n$ .

**Exercice 1.I** On considère l'équation  $n^2 - Sn + 174 = 0$ , d'inconnue  $n$  dans  $\mathbb{N}$ , où  $S$  est un entier naturel.

1. Est-il possible que 3 soit solution de cette équation ?

Si oui, pour quelle(s) valeur(s) de  $S$  ?

2. Est-il possible que 5 soit solution de cette équation ?

Si oui, pour quelle(s) valeur(s) de  $S$  ?

3. (a) Montrer que si  $n$  est solution de l'équation, alors 174 est un multiple de  $n$ .

(b) Déterminer les diviseurs positifs de 174.

(c) En déduire les valeurs de  $S$  pour lesquelles l'équation admet au moins une solution entière.

**Rappel sur la division Euclidienne (division "avec reste") :**

$$\begin{array}{r|l} 25 & 7 \\ 4 & 3 \end{array}$$

"- Dans 25, combien de fois 7 ?

- Il y va 3 fois, j'écris le 3 au quotient.

- Sous le dividende 25, j'écris le résultat du produit  $3 \times 7$ , c'est-à-dire 21.

- Toujours au dividende, je pose la soustraction  $25 - 21$ , et j'obtiens le reste 4."

Si le dividende est plus long, on commence en prenant son ou ses premiers chiffres (sur sa gauche), et on abaisse les chiffres suivants au fur et à mesure des étapes de calcul.

Vérification :  $25 = 7 \times 3 + 4$ .

**Tutoriel en vidéo** : Youtube, chaîne "Au bureau du maître", playlist "Calcul", vidéo "Poser la division entière (ou euclidienne)".

**Exercice 1.J** Etudier une démonstration.

1. Conjecturer si la proposition suivante est vraie ou fausse :  
"Si deux entiers ne sont ni l'un ni l'autre multiples de 3, alors leur produit n'est pas multiple de 3."
2. (a) Quand on effectue la division euclidienne d'un entier naturel  $n$  par 3, quels sont les restes possibles ?  
(b) Justifier que si  $n$  n'est pas multiple de 3, il existe un entier naturel  $k$  tel que  $n = 3k + 1$  ou  $n = 3k + 2$ .
3. Pour démontrer la proposition énoncée à la première question, un élève a écrit :  
Si  $n = 3k + 1$  et  $m = 3k + 1$ , alors  
 $nm = 9k^2 + 6k + 1 = 3(3k^2 + 2k) + 1$   
Si  $n = 3k + 2$  et  $m = 3k + 2$ , alors  
 $nm = 9k^2 + 18k + 4 = 3(3k^2 + 6k + 1) + 1$ .  
Donc  $nm$  n'est pas multiple de 3.
  - (a) Quel type de raisonnement utilise-t-il ?
  - (b) Celui-ci n'est pas complet. Quel cas a-t-il oublié ?
  - (c) Quelle erreur commet-il dans les cas étudiés ?
  - (d) Rédiger une démonstration complète de cette proposition.